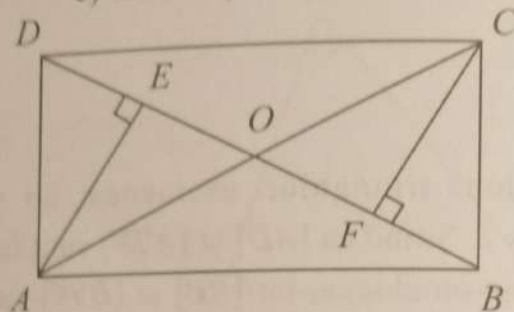


3. În desenul de mai jos  $ABCD$  este un dreptunghi.  $[DB] \cap [AC] = \{O\}$ , iar  $E$  și  $F$  sunt picioarele perpendicularelor din  $A$  și  $C$  pe diagonala  $[DB]$ . Pentru fiecare pereche de triunghiuri precizați dacă există o relație de congruență sau asemănare și indicați criteriul verificat.

- a)  $\triangle ADE$  și  $\triangle DBC$ ;      b)  $\triangle AOE$  și  $\triangle COF$ ;      c)  $\triangle ADB$  și  $\triangle FCD$ ;  
 d)  $\triangle ADE$  și  $\triangle FBC$ ;      e)  $\triangle AOD$  și  $\triangle DOC$ ;      f)  $\triangle ADF$  și  $\triangle BCE$ ;

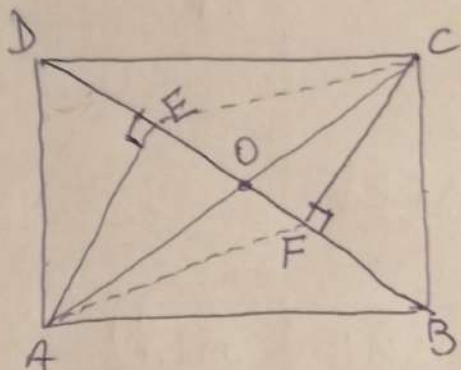


\*\*

4. Stabiliți dacă sunt asemenea triunghiurile  $ABC$  și  $DEF$  știind că:  
 a)  $m\hat{A} = 51^\circ$ ,  $m\hat{C} = m\hat{E} = 56^\circ$  și  $m\hat{F} = 73^\circ$ ;  
 b)  $m\hat{B} = \frac{3}{8} m\hat{A}$ ,  $m\hat{F} = \frac{8}{9} m\hat{D}$  și  $m\hat{C} = m\hat{D} = 81^\circ$ ;
5. Stabiliți dacă triunghiurile  $ABC$  și  $MNP$  sunt asemenea, știind că:  
 a)  $m\hat{B} = m\hat{M} = 54^\circ$ ,  $AB = 8$  cm,  $BC = 12$  cm,  $MN = 21$  cm și  $MP = 14$  cm;  
 b)  $m\hat{C} = m\hat{M} = 41^\circ$ ,  $BC = 18$  cm,  $AC = 27$  cm,  $MN = 30$  cm și  $MP = 45$  cm.
6. Stabiliți dacă sunt asemenea triunghiurile  $ABC$  și  $A'B'C'$  știind că:  
 a)  $AB=9$  cm,  $BC=12$  cm,  $AC=15$  cm,  $A'B'=12$  cm,  $B'C'=16$  cm și  $A'C'=20$  cm;  
 b)  $AB=AC=36$  cm,  $BC=24$  cm,  $A'B'=14$  cm,  $B'C'=21$  cm și  $P_{\triangle A'B'C'} = 56$  cm;
7. Demonstrați că oricare două triunghiuri echilaterale sunt asemenea.
8. Triunghiurile  $ABC$  și  $DEF$  sunt triunghiuri isoscele cu bazele  $[BC]$  respectiv  $[EF]$ . Arătați că  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , dacă are loc:  
 a)  $\hat{A} \equiv \hat{D}$  ;      b)  $\hat{C} \equiv \hat{E}$  .
9. Fie  $\triangle ABC$  la care  $m\hat{A} = 90^\circ$ ,  $BC=25$  cm și  $AC=20$  cm. Pe ipotenuza  $[BC]$  se ia punctul  $E$  astfel încât  $BE=17$  cm. Dacă  $D$  este mijlocul catetei  $[AC]$ , arătați că  $m\hat{DEC} = 90^\circ$ .
10. Triunghiul dreptunghic  $ABC$  are lungimile laturilor  $AB=12$  cm,  $BC=20$  cm,  $AC=16$  cm. Din punctul  $M$ , mijlocul catetei  $[AC]$ , se duce o perpendiculară pe ipotenuză, piciorul perpendicularei fiind  $N$ . Calculați  $P_{\triangle CMN}$ .
11. Fie  $ABC$  și  $A'B'C'$  două triunghiuri asemenea iar valoarea raportului de asemănare este  $\frac{AB}{A'B'} = k$ . Știind că  $[AD]$  și  $[A'D']$  sunt înălțimi omoloage,

## Criterii de asemănare - probleme

3)



$$a) \begin{cases} \triangle ADE \\ \triangle DBC \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \angle ADE \equiv \angle DBC \text{ (alterne interne)} \\ \angle AED \equiv \angle BCD (=90^\circ) \end{array} \right. \xRightarrow{UU} \begin{matrix} \triangle ADE \sim \\ \triangle DBC \end{matrix}$$

$$b) \begin{cases} \triangle AOE \\ \triangle COF \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \angle AOE \equiv \angle COF \text{ (op. la v\u00fcr\u0219)} \\ AE \perp BD, CF \perp BD \Rightarrow AE \parallel CF \Rightarrow \angle EAO \equiv \angle OCF \text{ (alt. interne)} \\ AO = OC \end{array} \right. \xRightarrow{ULU} \triangle AOE \equiv \triangle COF$$

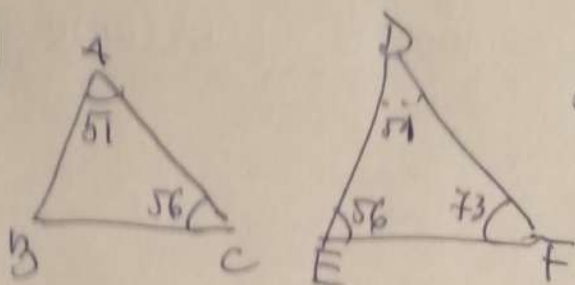
$$c) \begin{cases} \triangle ADB \\ \triangle FCD \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \angle ABD \equiv \angle FDC \text{ (alterne interne)} \\ \angle BAD \equiv \angle CFD (=90^\circ) \end{array} \right. \xRightarrow{UU} \begin{matrix} \triangle ADB \sim \\ \triangle FCD \end{matrix}$$

$$d) \begin{cases} \triangle ADE \\ \triangle FBC \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} AD = BC \text{ (ip)} \\ \angle ADB \equiv \angle CBF \text{ (alt. int.)} \end{array} \right. \xRightarrow{i.U} \triangle ADE \equiv \triangle FBC$$

e)  $\triangle AOD$  și  $\triangle BOC$  nu sunt nici congruente nici asemănătoare

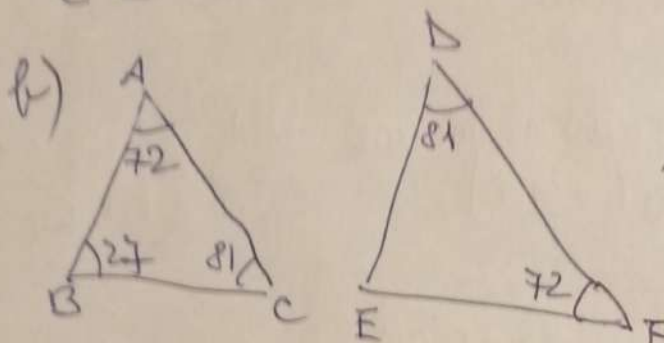
$$f) \begin{cases} \triangle ADF \\ \triangle BCE \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{(d)} \triangle ADE \equiv \triangle FBC \Rightarrow AE = FC \text{ (1)} \\ AD = BC \text{ (ip)} \text{ (2)} \\ DE = BF \\ EO = OD - DE = OB - BF = OF \text{ (3)} \end{array} \right. \xRightarrow{1,2,3} \triangle ADF \equiv \triangle BCE$$

4) a)



$$m(\hat{D}) = 180 - (56 + 73) = 180 - 129 = 51$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \equiv \hat{D} \\ \hat{C} \equiv \hat{E} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$$



$$\left\{ \begin{array}{l} m(\hat{B}) = \frac{3}{8} m(\hat{A}) \\ m(\hat{A}) + m(\hat{B}) = 180 - 81 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{8}{8} m(\hat{A}) + \frac{3}{8} m(\hat{A}) = 99$$

$$8 m(\hat{A}) + 3 m(\hat{A}) = 792$$

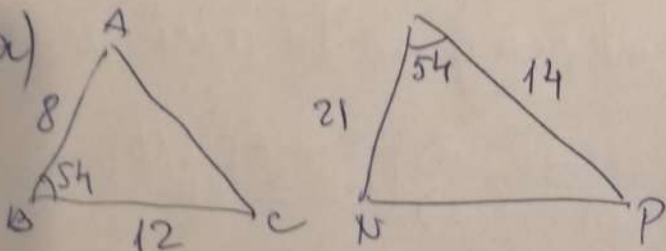
$$11 m(\hat{A}) = 792 \Rightarrow m(\hat{A}) = 72$$

$$m(\hat{B}) = \frac{3}{8} \cdot 72 = 27$$

$$m(\hat{F}) = \frac{8}{8} \cdot 81 = 81$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \equiv \hat{F} \\ \hat{C} \equiv \hat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$$

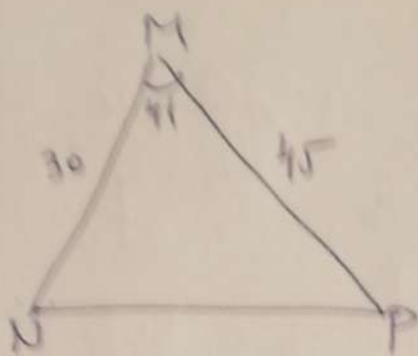
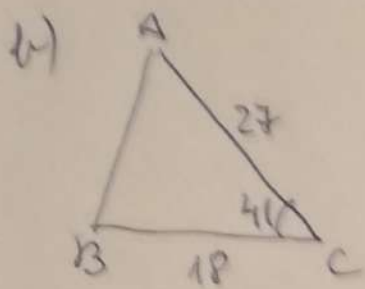
5) a)



$$\frac{AB}{MP} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{BC}{MN} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{MP} = \frac{4}{7} \\ \frac{BC}{MN} = \frac{4}{7} \\ \hat{B} \equiv \hat{M} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

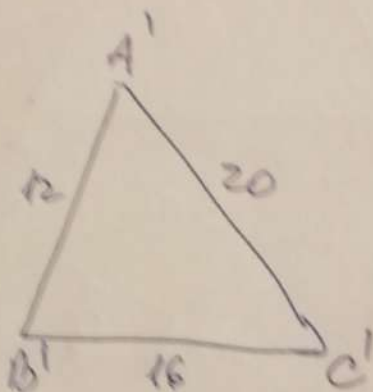
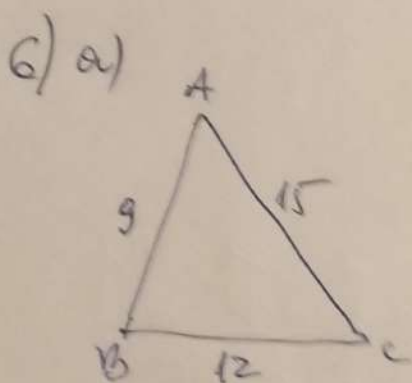


$$\frac{BC}{MN} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AC}{MP} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$$

$$\hat{C} = \hat{M}$$

}  $\xrightarrow{LUL} \Delta ABC \sim \Delta MNP$

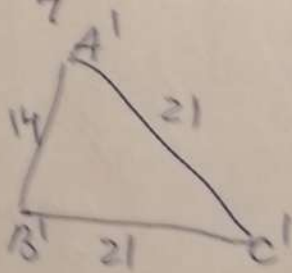
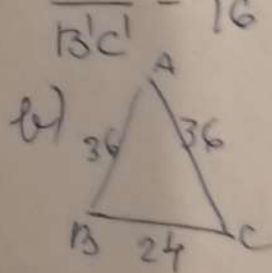


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

}  $\xrightarrow{LLL} \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



$$A'C' = 56 - 14 - 21 = 21$$

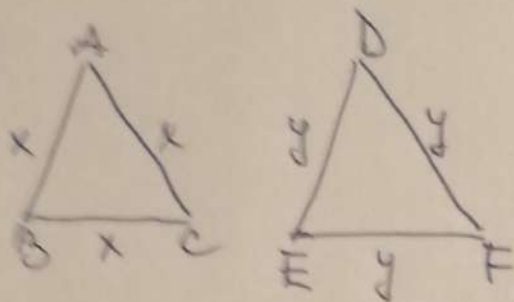
$$\frac{A'C'}{AC} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{B'C'}{AB} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{A'B'}{BC} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

• Ceci dim LLL  $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

7)

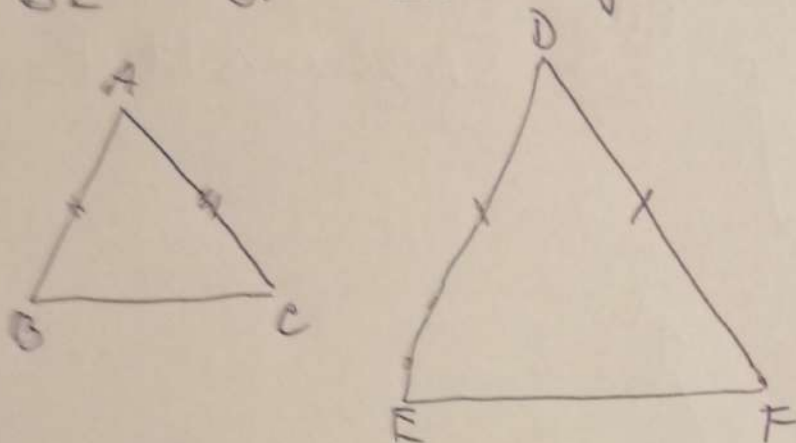


$$AB = x$$

$$DE = y$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{x}{y} \quad \text{LLL} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF.$$

8)



$$\hat{A} \equiv \hat{D}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 180 - A$$

$$\hat{E} = \hat{F} = 180 - D$$

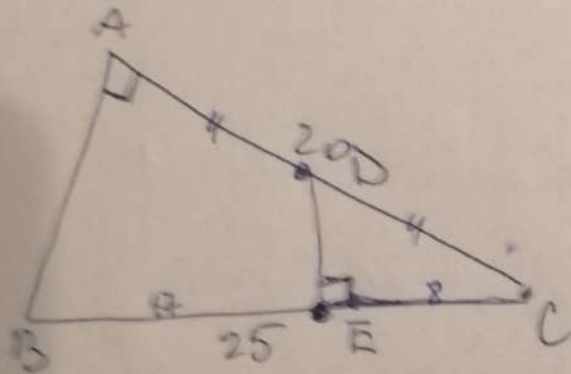
$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \hat{E} = \hat{F} \quad \text{UU} \Rightarrow$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

$$\hat{C} \equiv \hat{F}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \hat{E} = \hat{F} \quad \text{UU} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF.$$

9)



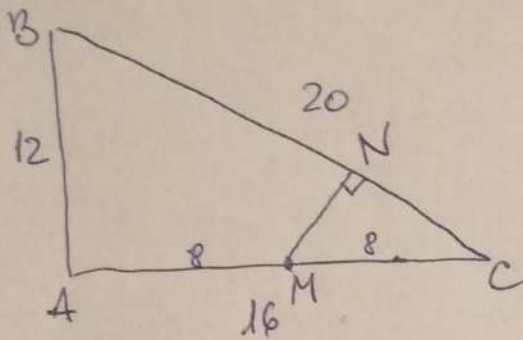
$$CD = AD = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta DEC \\ \Delta ABC \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{EC}{AC} = \frac{10}{20} = \frac{2}{5} \\ \frac{CD}{BC} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \end{array} \right\} \text{LUL} \Rightarrow$$

c' common

$$\Rightarrow \Delta DEC \sim \Delta ABC \Rightarrow \hat{DEC} \equiv \hat{BAC} (= 90^\circ)$$

10)



$$\left. \begin{array}{l} \angle BAC \equiv \angle MNC (=90^\circ) \\ \angle ACB \equiv \angle MCN \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{UU} \\ \Rightarrow \Delta MNC \sim \Delta ABC \end{array}$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{MN}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{MN}{12} = \frac{NC}{16}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{MN}{12} \Rightarrow MN = \frac{12 \cdot 8}{20} = \frac{24}{5} = 4,8$$

$$\frac{8}{20} = \frac{NC}{16} \Rightarrow NC = \frac{16 \cdot 8}{20} = \frac{128}{20} = \frac{32}{5} = 6,4$$

$$P_{\triangle MNC} = 4,8 + 6,4 + 8 = 19,2$$

# Teste de evaluare

## Testul 1

**Subiectul I.** Scrieți răspunsul corect.

1. Linia mijlocie a unui trapez este de 21 cm, baza mare de 34 cm iar baza mică are ... (30 de puncte)
2. Două figuri geometrice asemenea au unghiurile . . . . . 5p
3.  $\triangle ABC \sim \triangle MPQ$ ,  $m(\sphericalangle A) = 51^\circ = m(\sphericalangle Q)$ ,  $m(\sphericalangle C) = 60^\circ$  și  $m(\sphericalangle M) = 69^\circ$ . Lungimea cea mai mare dintre laturile triunghiului  $ABC$  o are ... 5p
4. În triunghiul  $ABC$ ,  $AB = 28$  cm,  $BC = 36$  cm,  $AC = 32$  cm, iar  $AD$  este bisectoarea unghiului  $A$  ( $A \in [BC]$ ). Atunci  $DB = \dots$  5p
5. Perimetrul rombului  $A'B'C'D'$  de centru  $O$ , este 76 cm.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$  sunt simetricele lui  $O$  față de  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  și respectiv față de  $D'$ .  $P_{ABCD} = \dots$  5p
6. În triunghiul  $ABC$ ,  $D \in [AB]$ ,  $E \in [BC]$ , astfel încât  $DE \parallel AC$  și  $DE = 12$  cm. Bisectoarea  $[BM]$ ,  $M$  mijlocul lui  $AC$  intersectează paralela  $DE$  în  $Q$ .  $DQ = \dots$  5p

**Subiectul al II-lea.** Scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

În triunghiul  $ABC$  avem  $AB = 24$  cm,  $BC = 36$  cm,  $AC = 32$  cm, iar  $M \in [AB]$  și  $N \in [AC]$ , astfel încât  $MB = 3AM$  și  $m(\sphericalangle AMN) = m(\sphericalangle ACB)$ . 15p

a) Arătați că  $\triangle AMN \sim \triangle ACB$  15p

b) Calculați perimetrul patrulaterului  $MNCB$ .

**Subiectul al III-lea.** Scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

Într-un trapez dreptunghic  $ABCD$  ( $m\hat{A} = m\hat{D} = 90^\circ$ ), avem bazele  $AB = 16\sqrt{3}$  cm,  $CD = 12\sqrt{3}$  cm,  $BC = 8\sqrt{3}$  și  $P_{ABCD} = 12(3\sqrt{3} + 1)$  cm, iar diagonala  $AC = 24$  cm. 15p

a) Calculați lungimea laturii  $[AD]$ ; 15p

b) Stabiliți dacă  $DC \cdot BC = AC \cdot AD$ .