

Probleme rezolvate cu ajutorul ecuațiilor și sistemelor de ecuații.

Pentru a rezolva o problemă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor, se parcurg următoarele etape:

- stabilirea datelor cunoscute și a celor necunoscute din problemă
- alegerea necunoscutei și exprimarea celorlalte date în funcție de această necunoscută
- stabilirea legăturilor între aceste date (adică formarea ecuației sau a sistemului)
- rezolvarea ecuației

Aplicații

1. După mărirea cu 20% a pretului său, un obiect costă 432 lei. Care a fost pretul inițial?

Rezolvare:

x - pretul obiectului

$$x + 20\%x = x + \frac{20}{100}x = \overset{5}{x} + \frac{1}{5}x = \frac{5x}{5} + \frac{x}{5} = \frac{6x}{5} \quad \begin{array}{l} \text{pretul obiectului} \\ \text{după mărire} \end{array}$$

$$\frac{6x}{5} = 432 \quad \text{ecuație problemei}$$

$$6x = 2160 \Rightarrow x = \frac{2160}{6} \Rightarrow x = 360 \text{ lei}$$

2. După ce un obiect s-a ieftinit cu 15%, acesta costă 1020 lei. Care a fost pretul inițial?

Rezolvare:

x - pretul inițial al obiectului

$$x - 15\%x = x - \frac{15}{100}x = \frac{100x - 15x}{100} = \frac{85x}{100} \overset{5}{=} \frac{17x}{20} \quad \begin{array}{l} \text{pretul obiectului} \\ \text{după ieftinire} \end{array}$$

$$\frac{17x}{20} = 1020 \quad \text{ecuație problemei}$$

$$\frac{17x}{20} = 1020 \Rightarrow 17x = 1020 \cdot 20 \Rightarrow x = \frac{1020 \cdot 20}{17} = 1200$$

$$x = 1200 \text{ lei}$$

3. Într-o clasă sunt 27 de elevi, iar numărul fetelor este dublul numărului băieților. Câte fete și câți băieți sunt în clasă.

b - numărul băieților

f - numărul fetelor

$$\begin{cases} b + f = 27 \\ f = 2b \end{cases} \quad - \text{ sistemul problemei}$$

$$b + 2b = 27$$

$$3b = 27$$

$$b = 9$$

$$f = 2 \cdot 9 = 18$$

4. Suma a 3 numere este 1032. Aflați numerele, știind că al doilea este triplul primului număr, iar al treilea este cu 60 mai mare decât jumătatea din primul număr.

Rezolvare:

a - primul număr

b - al doilea număr

c - al treilea număr.

$$b = 3a$$

$$c = 60 + \frac{a}{2}$$

$$\frac{2}{2}a + \frac{2}{2}3a + \frac{2}{2}60 + \frac{2}{2}\frac{a}{2} = \frac{2}{2}1032 \quad - \text{ ecuația problemei}$$

$$2a + 6a + 120 + a = 2064$$

$$9a = 2064 - 120$$

$$9a = 1944 \Rightarrow a = \frac{1944}{9} = 216$$

$$a = 216$$

$$b = 3 \cdot 216 = 648$$

$$c = 60 + 108 = 168$$

5. Aflați 2 numere naturale, știind că diferența lor este egală cu 747 și că, împărțind numerele, obținem câtul 6 și restul 37.

Rezolvare:

Amintim teorema împărțirii cu rest:

Oarecând ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, există $c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât

$$a = b \cdot c + r, \text{ unde } r \geq 0 \text{ și } r < b.$$

a - deîmpărțit

b - împărțitor

c - cât

r - rest.

a - primul număr

b - al doilea număr

$$\begin{cases} a - b = 747 \\ a = b \cdot 6 + 37 \end{cases} \text{ sistemul problemei}$$

Înlocuim în prima ecuație \Rightarrow

$$6b + 37 - b = 747$$

$$5b = 710$$

$$b = \frac{710}{5} = 142$$

$$a = 6 \cdot 142 + 37 = 852 + 37 = 889$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 889 \\ b = 142 \end{cases}$$

6. Suma a 4 numere consecutive este egală cu 110.
Aflați cel mai mic număr.

Rezolvare:

x - cel mai mic număr

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 110 \text{ ecuație problemei}$$

$$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 110$$

$$4x = 104 \Rightarrow x = \frac{104}{4} = 26$$

7. După 2 creșteri consecutive de prețuri, prima de 15%, iar a doua de 20%, un obiect costă 745,2 lei. Care a fost prețul inițial al obiectului înainte de cele 2 creșteri consecutive.

Rezolvare:

x - prețul inițial al obiectului

$$x + 15\% x = x + \frac{15}{100} x = \frac{115x}{100} = \frac{23x}{20} \quad \text{prețul obiectului după prima scumpire.}$$

$$\frac{23x}{20} + 20\% \cdot \frac{23x}{20} = \frac{23x}{20} + \frac{20}{100} \cdot \frac{23x}{20} =$$

$$\frac{23x}{20} + \frac{23x}{100} = \frac{115x}{100} + \frac{23x}{100} = \frac{138x}{100} \quad \text{prețul obiectului după a 2 scumpire}$$

$$\frac{138x}{100} = 745,2 \quad \text{ecuația problemei}$$

$$138x = 74520$$

$$x = \frac{74520}{138} = 540 \text{ lei}$$

8. Într-un bloc sunt 48 de apartamente cu două și, respectiv, trei camere. Câte apartamente sunt din fiecare fel, dacă sunt în total 112 camere.

Rezolvare:

x - numărul de apartamente cu 2 camere

y - numărul de apartamente cu 3 camere

$$\begin{cases} x + y = 48 \\ 2x + 3y = 112 \end{cases} \quad \text{sistemul problemei}$$

$$\begin{cases} x = 48 - y \\ 2(48 - y) + 3y = 112 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 96 - 2y + 3y = 112 \\ y = 16 \\ x = 48 - 16 = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 32 \\ y = 16 \end{cases}$$

Temă
Culegere - partea a II-a

pag. 27 / problemele 1, 4, 5, 6

pag. 28 / problemele 8, 11, 13, 14, 16, 18